

ТЕХНОЛОГИИ И МАШИНЫ ЛЕСНОГО ДЕЛА

УДК 638.383

О. Н. Бурмистрова, Е. В. Пластинина, М. А. Воронина

ОБОСНОВАНИЕ РАСЧЕТНЫХ СХЕМ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НЕЖЕСТКИХ ДОРОЖНЫХ ОДЕЖД, АРМИРОВАННЫХ ГЕОСИНТЕТИЧЕСКИМИ МАТЕРИАЛАМИ

Приведена математическая модель, позволяющая рассчитать оптимальную толщину дорожной одежды, армированную геосинтетическими материалами. В результате получено условие равновесия слоя зернистого материала и георешетки на винклеровском основании с шероховатой поверхностью в условиях двухшампового нагружения. Определена функция прогиба армированного слоя.

Ключевые слова: математическая модель, лесовозная автомобильная дорога, геосинтетические материалы, дорожная одежда.

Введение. Обследование состояния сети лесовозных дорог с диагностикой состояния дорожного полотна, мостов и других элементов дороги в Республике Коми никогда не проводилось. В 2005–2007 гг. Государственным учреждением Республики Коми «Территориальный фонд информации по природным ресурсам и охране окружающей среды Республики Коми» была выполнена камеральная обработка результатов космической фотосъемки, изучено и картографировано состояние сети лесовозных дорог, в результате чего было выявлено следующее:

- в настоящий момент в основном эксплуатируются грунтовые лесовозные дороги, оставшиеся от лесозаготовительных предприятий советского периода;
- лесозаготовки носят ярко выраженный сезонный характер, а летняя вывозка леса в значительной мере зависит от погодных условий, влияющих на состояние грунтовых лесовозных дорог;
- лесной фонд вблизи дорог круглогодичного действия и периодически действующих летних лесовозных дорог в значительной степени истощён рубками прошлых лет [1].

Цель работы – разработка усовершенствованных дорожно-строительных материалов [2] на основе использования надежных и экономичных конструктивно-технологических решений для развития сети автомобильных дорог Республики Коми.

Специфика применения дорожно-строительных материалов требует дифференцированной регламентации комплекса свойств, определяемых по противоречащим друг другу, несогласованным между собою методикам и параметрам, изменяющимся в процессе эксплуатации. Например, конструкции дорожных одежд лесовозных автомобильных до-

рог назначаются, главным образом, из условий обеспечения проезда транспортных средств [3], в то время как при проектировании необходимо установить минимальную требуемую толщину дорожной одежды для ограничения глубины развития колеи из условия допустимой проходимости расчетных автомобилей. В связи с этим расчетная схема дорожных одежд должна учитывать возможность накопления остаточных деформаций в подстилающем грунте основания насыпного слоя.

Решаемые задачи заключались в исследовании условия равновесия слоя зернистого материала и георешетки на винклеровском (упругом) основании с шероховатой поверхностью в условиях двухштампового нагружения и определения функции прогиба армированного слоя с наличием георешетки.

Экспериментальные исследования дорожных одежд лесовозных автомобильных дорог, армированных геосинтетическими материалами, позволили выявить схемы деформирования конструкций при назначении минимально необходимой толщины насыпного слоя из условия проходимости, приводящих к большой колее (рис. 1, 2).

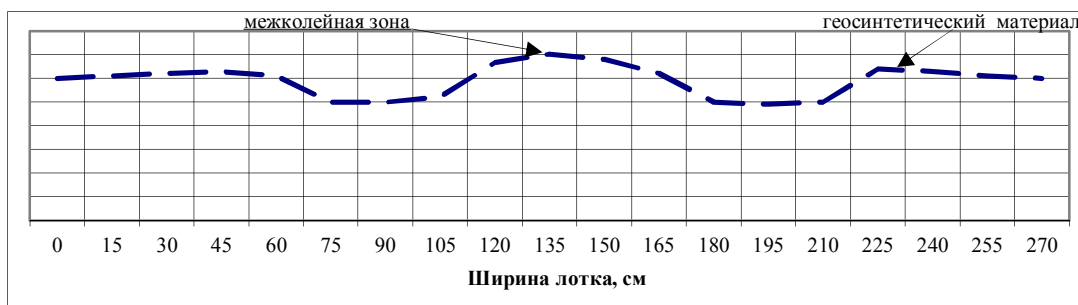


Рис. 1. Схема деформирования армированной дорожной одежды

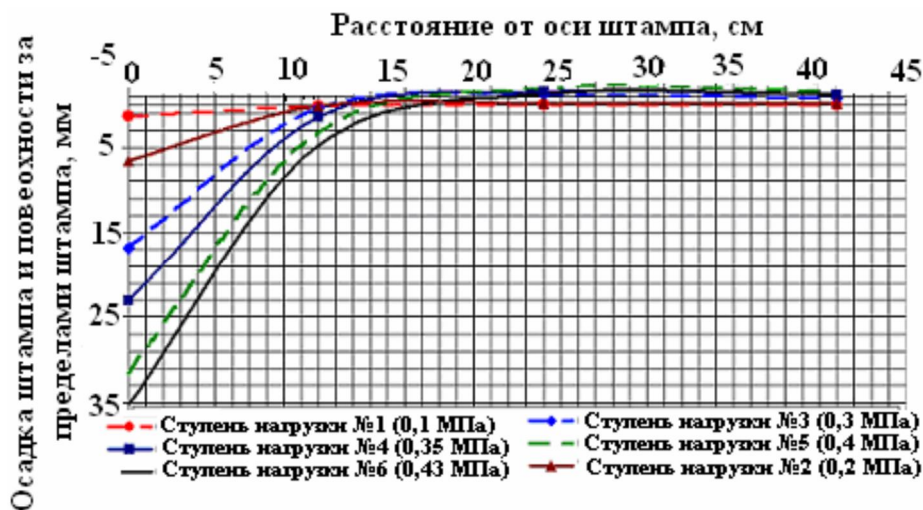


Рис.2. Схема деформирования геосинтетического материала за пределами штампа по результатам экспериментальных исследований

Эксперименты показали, что конструкции, работающие по схемам одноштампового и двухштампового нагружения, существенно отличаются.

При одноштамповой схеме нагружения армированные конструкции не достигают предельного состояния из условия прочности даже при многократных проездах транспортных средств, хотя несущая способность составляет всего 340 кПа. Это объясняется тем, что благодаря георешетке в работу включается дополнительная площадь основа-

ния, расположенная в «колейной» зоне и между колесами соседних осей. После 30 проходов техники конструкция, армированная георешеткой, остаётся работоспособной и имеет удовлетворительные транспортно-эксплуатационные показатели.

При двухштамповой схеме нагружения, моделирующей одновременное воздействие на дорожную одежду обоих колес оси автомобиля, несущая способность армированной конструкции значительно возрастает. Это объясняется возникновением «анкерного» эффекта, когда в работу включается часть материала в «межколейной зоне» заземления геосинтетики между колесами автомобиля.

Таким образом, для учета влияния георешеток на напряженно-деформированное состояние дорожных одежд и подстилающего грунтового основания, работающих в стадии накопления значительных остаточных деформаций, рассматривается условие равновесия слоя зернистого материала и георешетки на винклеровском основании с шероховатой поверхностью в условиях двухштампового нагружения (рис. 3). Задача состоит в определении функции прогиба армированного слоя.

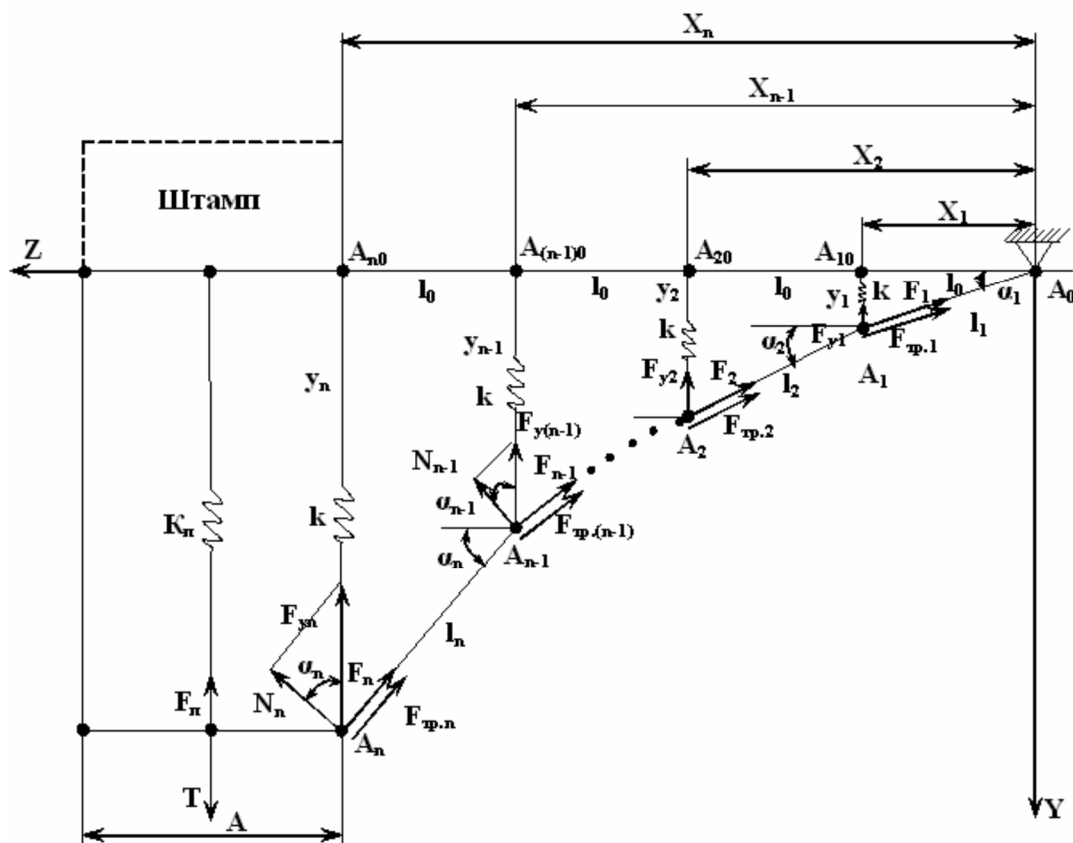


Рис. 3. Расчетная схема условия равновесия слоя зернистого материала и георешетки на винклеровском основании с шероховатой поверхностью в условиях двухштампового нагружения

Математическое моделирование. Использование в расчетной схеме винклеровского основания обосновано соображениями, указанными во многих трудах. В работе [4] сделаны выводы, что в большинстве случаев кривые осадок поверхности грунтов, построенные на основе модели линейно-деформированного полупространства, дают сходимость с результатами экспериментов лишь при малой влажности грунта, что характерно для летнего периода и для грунтов, незначительно меняющих влажность в течение года. При влажности грунта $W > 0,75W_t$, что наиболее характерно для расчетного

периода, распределительная способность грунта невелика, и поэтому модель Винклера наиболее точно отражает деформации грунта. Модель линейно-деформируемого полупространства может быть использована при благоприятных грунтовых условиях в III, IV и V дорожно-климатических зонах.

Предпосылки математической модели:

1) георешетка представлена механической системой, состоящей из n продольных и m поперечных упругих стержней, лежащих на шероховатой упругой поверхности и растягиваемых силой T , приложенной со стороны штампа. Соединение стержней шарнирное без трения;

2) до нагружения штампом с силой T стержни занимают горизонтальное положение. Длина стержней до деформации равна l_0 . Коэффициент трения скольжения стержней о шероховатую поверхность равен f . Параметр относительной жесткости стержней равен $c = E_{cm}F/l_0$, где E_{cm} – модуль упругости геосинтетического материала, F – площадь поперечного сечения стержня. Упругая поверхность под георешеткой моделируется N пружинами с коэффициентами жесткости k , а упругая поверхность под штампом имеет коэффициент жесткости (постели) K_{II} ;

3) допускается, что шарниры A_1, A_2, \dots, A_n при нагружении перемещаются только по вертикали. Тогда число степеней свободы рассматриваемой механической системы равно числу стержней;

4) рассматриваемая задача при двухштамповой схеме нагружения является симметричной, поэтому она сводится к одноштамповому нагружению;

5) в качестве обобщенных координат принимаются углы $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, которые образуют стержни с осью x после нагружения системы силой T .

$$q_1 = \alpha_1, q_2 = \alpha_2, \dots, q_s = \alpha_n. \quad (1)$$

Для определения положения равновесия механической системы после нагружения силой T воспользуемся принципом возможных перемещений в обобщенных силах. Для этого следует составить выражение возможной работы и приравнять ее к нулю.

$$Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \dots + Q_s \cdot \delta q_n = 0, \quad (2)$$

где Q_1, Q_2, \dots, Q_n – обобщенные силы, соответствующие выбранным обобщенным координатам; $\delta q_1, \delta q_2, \dots, \delta q_n$ – вариации обобщенных координат.

Поскольку вариации обобщенных координат произвольны и независимы друг от друга, то равенство (2) выполняется при условии:

$$Q_1 = 0, Q_2 = 0, \dots, Q_n = 0. \quad (3)$$

Выразив каждую из обобщенных сил Q_j через обобщенные координаты $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, получим систему N нелинейных алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} Q_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) &= 0 \\ Q_2(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) &= 0 \\ Q_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Таким образом, задача заключается в нахождении обобщенных сил, как коэффициентов при вариации обобщенных координат в выражении возможной работы и решении системы уравнений (4).

К каждому из шарниров A_1, A_2, \dots, A_n (рис. 3) приложены силы: F_1, F_2, \dots, F_n со стороны растянутых стержней, силы упругости $F_{y1}, F_{y2}, \dots, F_{yn}$, силы трения $F_{mp1}, F_{mp2}, \dots, F_{mpn}$. Кроме того, будет приложена сила упругости грунта $F_n = k_n \cdot y_n$. К участку сетки под штампом приложена сила T .

Силы, растягивающие стержни, равны: $F_1 = c \cdot \lambda_1$, $F_2 = c \cdot \lambda_2$, ..., $F_n = c \cdot \lambda_n$, где $\lambda_1 = l_1 - l_0$; $\lambda_2 = l_2 - l_0$, ..., $\lambda_n = l_n - l_0$ – удлинения стержней; l_1, l_2, \dots, l_n – длина стержней после деформации.

Силы упругости пружин равны: $F_{y1} = k \cdot y_1$, $F_{y2} = k \cdot y_2$, ..., $F_{yn} = k \cdot y_n$, где y_1, y_2, \dots, y_n – ординаты точек A_1, A_2, \dots, A_n , равные удлинениям пружин.

Силы трения скольжения определяются по закону Кулона: $F_{mp1} = f \cdot F_{y1} \cdot \cos \alpha_1$; $F_{mp2} = f \cdot F_{y2} \cdot \cos \alpha_2$, ..., $F_{mpn} = f \cdot F_{yn} \cdot \cos \alpha_n$.

Реакция грунта под штампом $F_n = k_n \cdot y_n$.

Выразим координаты точек приложения сил A_1, A_2, \dots, A_n через обобщенные координаты:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= l_0; y_1 = l_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \\ x_2 &= 2 \cdot l_0; y_2 = l_0 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2) \\ x_n &= n \cdot l_0; y_n = l_0 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2 + \dots + \operatorname{tg} \alpha_{n-1}) \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Найдем удлинение стержней:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= l_0 \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} - l_0 \\ \lambda_2 &= l_0 \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} - l_0 \\ \lambda_n &= l_0 \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_n} - l_0 \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Тогда силы, растягивающие стержни, будут равны:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= cl_0 \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1} - 1 \right) = cl_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha_1} - 1 \right) \\ F_2 &= cl_0 \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2} - 1 \right) = cl_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha_2} - 1 \right) \\ F_n &= cl_0 \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_n} - 1 \right) = cl_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha_n} - 1 \right) \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Определим силы упругости пружины:

$$\left. \begin{aligned} F_{y1} &= kl_0 \operatorname{tg} \alpha_1 \\ F_{y2} &= kl_0 (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2) \\ F_{yn} &= kl_0 (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2 + \dots + \operatorname{tg} \alpha_n) \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Отсюда силы трения скольжения:

$$\left. \begin{aligned} F_{mp1} &= fkl_0 \operatorname{tg} \alpha_1 \cos \alpha_1 \\ F_{mp2} &= fkl_0 (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2) \cos \alpha_2 \\ F_{mpn} &= fkl_0 (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2 + \dots + \operatorname{tg} \alpha_n) \cos \alpha_n \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Сообщим рассматриваемой механической системе возможные перемещения $\delta \alpha_1, \delta \alpha_2, \dots, \delta \alpha_n$, вычислим возможную работу всех приложенных к ней сил и приравняем её к нулю

$$T\delta y_n - F_n\delta y_n - F_{y_1}\delta y_1 - F_{y_2}\delta y_2 - \dots - F_{y_n}\delta y_n - \dots - F_1\delta\lambda_1 - F_2\delta\lambda_2 - \dots - F_n\delta\lambda_n - F_{mp1} \cdot \cos \alpha_1 \cdot \delta x_1 - F_{mp2} \cdot \cos \alpha_2 \cdot \delta x_2 - \dots - F_{mpn} \cdot \cos \alpha_n \cdot \delta x_n - F_{mp1} \cdot \sin \alpha_1 \cdot \delta y_1 - F_{mp2} \cdot \sin \alpha_2 \cdot \delta y_2 - \dots - F_{mpn} \cdot \sin \alpha_n \cdot \delta y_n = 0 \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta x_1 &= \frac{dx_1}{d\alpha_1} \delta\alpha_1 = 0 \\ \delta y_1 &= \frac{dy_1}{d\alpha_1} \delta\alpha_1 = l_0 \frac{\delta\alpha_1}{\cos^2 \alpha_1} \\ \delta x_2 &= \frac{dx_1}{d\alpha_1} \delta\alpha_1 + \frac{dx_2}{d\alpha_2} \delta\alpha_2 = 0 \\ \delta y_2 &= \frac{dy_1}{d\alpha_1} \delta\alpha_1 + \frac{dy_2}{d\alpha_2} \delta\alpha_2 = l_0 \frac{\delta\alpha_1}{\cos^2 \alpha_1} + l_0 \frac{\delta\alpha_2}{\cos^2 \alpha_2} \\ \delta x_n &= 0 \\ \delta y_n &= l_0 \left(\frac{\delta\alpha_1}{\cos^2 \alpha_1} + \frac{\delta\alpha_2}{\cos^2 \alpha_2} + \dots + \frac{\delta\alpha_n}{\cos^2 \alpha_n} \right) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Найдем вариации удлинения стержней:

$$\left. \begin{aligned} \delta\lambda_1 &= \frac{d\lambda_1}{d\alpha_1} \delta\alpha_1 = l_0 \frac{tg\alpha_1 \delta\alpha_1}{\sqrt{1+tg^2\alpha_1} \cos^2 \alpha_1} = l_0 \frac{\sin \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1} \delta\alpha_1 \\ \delta\lambda_2 &= \frac{d\lambda_2}{d\alpha_2} \delta\alpha_2 = l_0 \frac{tg\alpha_2 \delta\alpha_2}{\sqrt{1+tg^2\alpha_2} \cos^2 \alpha_2} = l_0 \frac{\sin \alpha_2}{\cos^2 \alpha_2} \delta\alpha_2 \\ \delta\lambda_n &= \frac{d\lambda_n}{d\alpha_n} \delta\alpha_n = l_0 \frac{tg\alpha_n \delta\alpha_n}{\sqrt{1+tg^2\alpha_n} \cos^2 \alpha_n} = l_0 \frac{\sin \alpha_n}{\cos^2 \alpha_n} \delta\alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Значения сил (7) – (9) и вариаций (11) – (12) подставим в выражение (10).

Приравняв к нулю коэффициенты при $\delta\alpha_1, \delta\alpha_2, \dots, \delta\alpha_n$, получим n систему нелинейных трансцендентных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} T - kl_0 tg\alpha_1 - kl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2) - \dots - kl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \dots + tg\alpha_n) - K_n l_0 \times \\ \times (tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \dots + tg\alpha_n) - cl_0 (\sqrt{1+tg^2\alpha_1} - 1) \sin \alpha_1 - fkl_0 tg\alpha_1 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 - \\ fkl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2) \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 - \dots - fkl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \dots + tg\alpha_n) \cos \alpha_n \sin \alpha_n = 0 \\ T - kl_0 tg\alpha_1 - kl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2) - \dots - kl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \dots + tg\alpha_n) - K_n l_0 \times \\ \times (tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \dots + tg\alpha_n) - cl_0 (\sqrt{1+tg^2\alpha_1} - 1) \sin \alpha_2 - fkl_0 tg\alpha_1 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 - \\ fkl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2) \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 - \dots - fkl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \dots + tg\alpha_n) \cos \alpha_n \sin \alpha_n = 0 \\ T - kl_0 tg\alpha_1 - kl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2) - \dots - kl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \dots + tg\alpha_n) - \\ - K_n l_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \dots + tg\alpha_n) - cl_0 (\sqrt{1+tg^2\alpha_1} - 1) \sin \alpha_n - \\ - fkl_0 tg\alpha_1 \cos \alpha_n \sin \alpha_n - fkl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2) \cos \alpha_n \sin \alpha_n - \dots - \\ - \dots - fkl_0 (tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \dots + tg\alpha_n) \cos \alpha_n \sin \alpha_n = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Решая систему уравнений (13) численным методом (методом Ньютона) при заданных значениях T, l_0, c, k, K_n , найдем значение углов $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, определяющих положение равновесия системы. Зная функцию прогиба, можно рассчитать оптимальную толщину дорожной одежды, удовлетворяющей требуемым условиям.

Выводы. Рассмотрено условие равновесия слоя зернистого материала и георешетки на винклеровском (упругом) основании с шероховатой поверхностью в условиях двухштампового нагружения. Определена функция прогиба армированного слоя (положения равновесия). Георешетки придают заполнителю так называемое кажущееся сцепление порядка 150 КПа, обеспечивая дополнительную прочность при сдвиге, по сравнению с природной.

Список литературы

1. Генеральная схема развития сети лесных дорог Республики Коми: проект правительства Республики Коми. Сыктывкар, 2008, 48 с.: http://burd-a-komi.blogspot.com/2008/04/blog-post_2890.html (дата обращения: 19.05.11).
2. *Леонович И.И.* Использование геосинтетиков в дорожном строительстве / И.И. Леонович. – Строительство. – 2003. – № 1-2. – С. 285-294.
3. *Фомин, А. П.* Повышение качества земляного полотна путем его армирования / А. П. Фомин, В. Г. Буданов, В. И. Пушкин // Совершенствование организации и технологии ремонта и содержания автомобильных дорог: Сб. науч. тр. – М.: Гипродорнии, 1979. – Вып. 26. – 119 с.
4. *Клепиков, С. Н.* Расчет конструкций на упругом основании / С. Н. Клепиков. – Киев: Будівельник, 1967. – 185 с.

Статья поступила в редакцию 20.07.11.

O. N. Burmistrova, E. V. Plastinina, M. A. Voronina

BASIS OF DESIGN AND MATHEMATICAL MODELS OF FLEXIBLE PAVEMENT, REINFORCED WITH GEOSYNTHETICS

A mathematical model which allows to calculate an optimum thickness of pavement, reinforced with geosynthetics, is offered. As a result, balance condition of a layer of particulate material and geoweb on Winkler foundation with scored surface in conditions of dvushtampovy load is obtained. A function of deflection of stiffened lamina is detected.

Key words: *mathematical model, toting road, geosynthetics, pavement.*

БУРМИСТРОВА Ольга Николаевна – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой технологии и машин лесозаготовок и прикладной геодезии Ухтинского государственного технического университета (Россия, Ухта). Область научных интересов – технология и машины лесозаготовок, строительство лесных дорог. Автор 180 публикаций.

E-mail: Oburmistrova@ugtu.net

ПЛАСТИНИНА Екатерина Владимировна – кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики Ухтинского государственного технического университета (Россия, Ухта). Область научных интересов – математическое моделирование. Автор 32 публикаций.

E-mail: eplastinina@ugtu.net

ВОРОНИНА Марина Александровна – аспирант кафедры технологии и машин лесозаготовок и прикладной геодезии Ухтинского государственного технического университета (Россия, Ухта). Область научных интересов – технология и машины лесозаготовок, строительство лесных дорог. Автор восьми публикаций.

E-mail: mvoronina@ugtu.net