УДК 674*416

А. Н. Чемоданов, М. В. Боярский,
Рен. Х. Гайнуллин, Риш. Х. Гайнуллин

О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЯ РЕЗАНИЯ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СТРОГАНИИ ДРЕВЕСИНЫ

Описана методика получения уравнений регрессии усилия резания при продольном строгании древесины на шпон. Приведены результаты сравнения точности отражения усилия резания уравнениями регрессии первого и второго порядков.

Ключевые слова: *древесина, шпон, продольное строгание, коэффициенты регрессии, уравнения регрессии, степень соответствия.*

Введение. Исследования, проводимые в лесной и деревообрабатывающей промышленности, направлены на выявление оптимальных условий протекания различных процессов и режимов работы машин и оборудования [1]. Наиболее часто в данном случае используется экспериментальный метод исследований, в результате которого получают математическое описание процесса. Решающую роль при этом играет правильный выбор вида уравнения для описания изучаемой зависимости, поскольку он влияет на степень соответствия расчетных значений экспериментальным данным [2]. В связи с этим представляет определенный теоретический и практический интерес точность определения усилия резания при продольном строгании древесины с использованием уравнений регрессии первого и второго порядков.

Целью настоящей работы является обоснование выбора вида уравнения регрессии усилия резания при продольном строгании древесины. Для этого поставлены следующие **задачи**: получить уравнения регрессии для определения усилия резания при продольном строгании древесины в зависимости от толщины срезаемого слоя, степени обжима и угла наклона лезвия ножа, определить степень соответствия расчетных значений, полученных с использованием уравнений регрессии, экспериментальным данным.

Для определения коэффициентов уравнения регрессии на экспериментальной установке получены значения усилия резания древесины вдоль волокон при различных толщинах срезаемого слоя, степени обжима и углах наклона лезвия ножа, представленные в табл. 1 [3].

На основе результатов данных табл. 1 возможно получение уравнения регрессии первого порядка по полному факторному плану 2^3, которое примет вид

$$P_{бл.лин.} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3, \tag{1}$$

где b_0 – свободный член, b_i – линейные коэффициенты регрессии, b_{iu} – коэффициенты при парных взаимодействиях, b_{iul} – коэффициент при тройном взаимодействии.

Для этого построим матрицу базисных функций (табл. 2).

Коэффициенты уравнения регрессии определяются по следующим формулам

$$b_0 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} y_j\ , \tag{2}$$

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ij} y_j \ , \tag{3}$$

$$b_{iu} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ij} x_{uj} y_j \ , \tag{4}$$

$$b_{iul} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ij} x_{uj} x_{lj} y_j \ . \tag{5}$$

Т а б л и ц а 1

Экспериментальные данные

№ опыта	Толщина шпона е, мм	Степень обжима Δ, %	Угол наклона лезвия ножа φ, град	Сила резания $P_{бл}$, Н	Дисперсия σ^2 (y)
1	1,0	10	60	409	6,44
2	1,0	10	75	385	8,51
3	1,0	10	90	344	7,12
4	1,0	15	60	442	8,54
5	1,0	15	75	434	6,89
6	1,0	15	90	425	7,95
7	1,0	20	60	548	9,32
8	1,0	20	75	515	8,67
9	1,0	20	90	491	8,28
10	1,5	10	60	589	11,08
11	1,5	10	75	556	10,22
12	1,5	10	90	532	8,79
13	1,5	15	60	753	14,49
14	1,5	15	75	728	13,47
15	1,5	15	90	696	12,55
16	1,5	20	60	884	17,31
17	1,5	20	75	835	16,68
18	1,5	20	90	777	15,16
19	2,0	10	60	908	18,50
20	2,0	10	75	884	18,36
21	2,0	10	90	867	17,85
22	2,0	15	60	1023	22,07
23	2,0	15	75	1015	20,23
24	2,0	15	90	1006	19,34
25	2,0	20	60	1211	26,46
26	2,0	20	75	1129	23,58
27	2,0	20	90	1039	22,19

С использованием формул (2)–(5) получены следующие значения коэффициентов:
b_0=727,125; b_1=279,125; b_2=95,125; b_3=-41,875;
b_{12}=23,625; b_{13}=-11,375; b_{23}=-15,375; b_{123}=-17,375.

На данном этапе необходимо провести проверку значимости полученных коэффициентов. Для этого рассчитаем t_p-отношение для наименьшего коэффициента $b_{13} = -11{,}375$

$$t_p = \frac{|b_i|}{\sigma(b_i)} = \frac{11{,}375}{0{,}32} = 35{,}55, \tag{6}$$

где $\sigma(b_i)$ – среднее квадратическое отклонение коэффициента, определяемое по выражению

$$\sigma(b_i) = \sqrt{\frac{\sigma^2(y)}{nN}} = \sqrt{\frac{14{,}52}{18 \cdot 8}} = 0{,}32\,, \tag{7}$$

где σ^2(y) – дисперсия воспроизводимости, N – число опытов, n – число наблюдений в опыте.

Таблица 2

Матрица базисных функций полного факторного плана

№ опыта	Значения формальных коэффициентов							Результаты опытов	Дисперсия σ^2 (y)
	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$		
1	-	-	-	+	+	+	-	409	6,44
2	+	-	-	-	-	+	+	908	18,50
3	-	+	-	-	+	-	+	548	9,32
4	+	+	-	+	-	-	-	1211	26,46
5	-	-	+	+	-	-	+	344	7,12
6	+	-	+	-	+	-	-	867	17,85
7	-	+	+	-	-	+	-	491	8,28
8	+	+	+	+	+	+	+	1039	22,19
									Σ 116,16

В качестве дисперсии воспроизводимости берется среднее арифметическое дисперсий опытов

$$\sigma^2(y) = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + ... + \sigma_N^2}{N} = \frac{116{,}16}{8} = 14{,}52\,. \tag{8}$$

Расчетное значение t_p=35,55. Полученную величину t_p-отношения сравниваем с табличным значением $t_{табл}$ t-критерия Стьюдента. При уровне значимости q=0,05 и числе степеней свободы f_y=N(n-1)=136 табличное значение $t_{табл}$=1,98 << t_p=35,55. Это говорит о том, что коэффициент значим. В проверке значимости остальных коэффициентов нет необходимости, поскольку их абсолютные значения больше значения меньшего коэффициента.

Уравнение регрессии в формальном виде

$$\begin{aligned} P_{бл.лин.} &= 727{,}125 + 279{,}125x_1 + 95{,}125x_2 - 41{,}875x_3 + 23{,}625x_1x_2 - \\ &- 11.375x_1x_3 - 15{,}375x_2x_3 - 17{,}375x_1x_2x_3 \end{aligned} \tag{9}$$

Необходимым условием является проверка принятой модели на адекватность. В данном случае число коэффициентов после проверки их на значимость равно числу опытов плана, то есть он является насыщенным. Для проверки на адекватность таких уравнений в первую очередь используют еще один опыт в центре плана, когда x_1=x_2=x_3=0. Тогда сумма квадратов, характеризующих адекватность модели, определится из выражения

$$\sigma_{ад} = n(P_{бл.0эксп.} - P_{бл.0теор})^2 = 18 \cdot (728 - 727{,}125)^2 = 13{,}78\,, \tag{10}$$

а дисперсия адекватности

$$\sigma_{ад}^2 = \frac{\sigma_{ад}}{(N+1) - p} = \frac{13{,}78}{1} = 13{,}78\,, \tag{11}$$

где $P_{бл\ 0\ эксп.}$ и $P_{бл\ 0\ теор.}$ – значения усилия резания в центре плана, определенные соответственно экспериментально и по выражению (9), p – число коэффициентов уравнения регрессии.

Если дисперсии адекватности $\sigma_{ад}$ и воспроизводимости $\sigma^2(y)$ однородны, то принятая математическая модель адекватна. Для этого вычисляют величину $F_{расч}$, равную

$$F_{расч} = \frac{\sigma^2_{ад}}{\sigma^2(y)} = \frac{13,78}{14,40} = 0,96, \tag{12}$$

и сравнивают ее с F-распределением табличным $F_{табл}$; если $F_{расч} < F_{табл}$, то модель адекватна.

При уровне значимости q=0,05 и числе степеней свободы f_y=N(n-1)=136 и $f_{ад}$=N+1-p=1, $F_{табл}$=254>> $F_{расч}$=0,96. Значит, проверяемая линейная модель адекватна. Перевод уравнения регрессии к натуральному виду осуществляется путем замены формальных переменных (x_1, x_2, x_3) натуральными (е, Δ, φ) с учетом формулы

$$x_i = \frac{X_i - \overline{X_i}}{\Delta X_i}, \tag{13}$$

где X_i – текущее значение i-го фактора, $\overline{X_i}$ – среднее значение i-го фактора, ΔX_i – уровень варьирования i-го фактора.

После соответствующих математических преобразований уравнение регрессии в натуральном виде

$$\begin{gathered} P_{бл.лин} = 401,375 + 12,75 \cdot e - 31,525 \cdot \Delta - 7,792 \cdot \varphi + 43,95 \cdot e \cdot \Delta + 5,433 \cdot e \cdot \varphi + \\ + 0,485 \cdot \Delta \cdot \varphi - 0,46 \cdot e \cdot \Delta \cdot \varphi \end{gathered}. \tag{14}$$

Для получения уравнения регрессии второго порядка проделаем аналогичные действия. Воспользуемся наиболее распространенным планом второго порядка В-планом. Уравнение регрессии в данном случае имеет общий вид

$$\begin{gathered} P_{бл.кв.} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{12}x_1x_2 + \\ + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 \end{gathered}, \tag{15}$$

где b_0 – свободный член, b_i – линейные коэффициенты регрессии, b_{ii} – квадратичные коэффициенты регрессии, b_{iu} – коэффициенты при парных взаимодействиях, b_{iul} – коэффициент при тройном взаимодействии, T_i – табличные коэффициенты [1], y_j – результаты j-го опыта.

Для построения уравнения регрессии согласно В-плану необходимо получить коэффициенты, которые рассчитываются по выражениям

$$b_0 = T_1 \sum_{j=1}^{N} y_j - T_2 \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_j, \tag{16}$$

$$b_i = T_3 \sum_{j=1}^{N} x_{ij} y_j, \tag{17}$$

$$b_{ii} = T_4 \sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_j + T_5 \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_j - T_2 \sum_{j=1}^{N} y_j, \tag{18}$$

$$b_{iu} = T_6 \sum_{j=1}^{N} x_{ij} x_{uj} y_j, i \neq u, \tag{19}$$

$$b_{iul} = T_6 \sum_{j=1}^{N} x_{ij} x_{uj} x_{lj}, i \neq u \neq l. \tag{20}$$

Для определения численного значения коэффициентов построим матрицу базисных функций (табл. 3).

Таблица 3

Матрица базисных функций В-плана

№ опыта	Значения формальных коэффициентов									Результаты опытов	Дисперсия σ^2 (y)
	x_1	x_2	x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_3$		
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	409	6,44
2	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	908	18,50
3	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	548	9,32
4	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	1211	26,46
5	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	344	7,12
6	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	867	17,85
7	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	491	8,28
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	1039	22,19
9	-1	0	0	+1	0	0	0	0	0	434	6,89
10	+1	0	0	+1	0	0	0	0	0	1015	20,23
11	0	-1	0	0	+1	0	0	0	0	556	10,22
12	0	+1	0	0	+1	0	0	0	0	835	16,68
13	0	0	-1	0	0	+1	0	0	0	753	14,49
14	0	0	+1	0	0	+1	0	0	0	696	12,55
											Σ 197,22

С использованием формул (16)–(20) в среде Excel получены следующие коэффициенты уравнения регрессии:
b_0=708,804; b_1=281,4; b_2=104; b_3=-33,5; b_{11}=15,914; b_{22}=-13,086;
b_{33}=15,914; b_{12}=23,625; b_{13}=-11,375; b_{23}=-15,375; b_{123}=-17,375.

Далее необходимо провести проверку значимости полученных коэффициентов регрессии по t-критерию Стьюдента. Для этого рассчитывается t_p-отношение для наименьшего коэффициента

$$t_p = \frac{|b_i|}{\sigma(b_i)} = \frac{11{,}375}{0{,}15} = 75{,}83, \tag{21}$$

где $\sigma(b_i)$ – среднее квадратическое отклонение коэффициента, определяемое выражением

$$\sigma(b_i) = \sqrt{\frac{(T_4 + T_5)\sigma^2(y)}{nN}} = \sqrt{\frac{(0{,}5 - 0{,}09375)14{,}09}{18 \cdot 14}} = 0{,}15, \tag{22}$$

где $\sigma(y)$ – дисперсия воспроизводимости, определяемая по зависимости (8)

$$\sigma^2(y) = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + ... + \sigma_N^2}{N} = \frac{197{,}22}{14} = 14{,}09\,. \tag{23}$$

Полученное t_p-отношение сравниваем с табличным значением $t_{табл}$ t-критерия Стьюдента. При уровне значимости q=0,05 и числе степеней свободы f_y=N(n-1)=238 табличное значение $t_{табл}$=1,97 << t_p=568,75. Это говорит о том, что коэффициент значим. В проверке значимости остальных коэффициентов нет необходимости, поскольку их абсолютные значения больше значения меньшего коэффициента.

Уравнение регрессии в формальном виде

$$\begin{aligned} P_{бл.кв.} &= 708{,}804 + 281{,}4x_1 + 104x_2 - 33{,}5x_3 + 15{,}914x_1^2 - 13{,}086x_2^2 + 15{,}914x_3^2 \\ &+ 23{,}625x_1x_2 - 11.375x_1x_3 - 15{,}375x_2x_3 - 17{,}375x_1x_2x_3\,. \end{aligned} \tag{24}$$

Поверка на адекватность модели, полученной по В-плану, производится также с использованием зависимостей (10)–(12), согласно которым $F_{расч}$=0,33. При уровне значимости q=0,05 и числе степеней свободы f_y=N(n-1)=136 и $f_{ад}$=N-p=3, $F_{табл}$=8,53>> $F_{расч}$=0,33. Значит, проверяемая модель адекватна.

Перевод уравнения регрессии к натуральному виду осуществляется путем замены формальных переменных (x_1, x_2, x_3) натуральными (e, Δ, φ) с учетом формулы (13).

После соответствующих математических преобразований уравнение регрессии в натуральном виде

$$\begin{aligned} P_{бл.лин} &= 111{,}155 + 239{,}58 \cdot e - 27{,}27 \cdot \Delta - 9{,}575 \cdot \varphi + 63{,}656 \cdot e^2 - 0{,}52 \cdot \Delta^2 + \\ &+ 0{,}07 \cdot \varphi^2 + 16{,}4 \cdot e \cdot \Delta - 0{,}127 \cdot e \cdot \varphi - 0{,}066 \cdot \Delta \cdot \varphi - 0{,}093 \cdot e \cdot \Delta \cdot \varphi \end{aligned}. \quad (25)$$

Для определения степени соответствия расчетных значений усилия резания, найденных по уравнениям регрессии (14) и (25), и выбора более точного сравним их с экспериментальными данными по форме табл. 4.

Таблица 4

Сопоставление результатов

№ опыта	Толщина шпона e, мм	Степень обжима Δ, %	Угол наклона лезвия ножа φ, град	Экспериментальное значение усилия резания $P_{бл}$, Н	Усилие резания, найденное по уравнению (14), Н	Расхождение с экспериментальным значением, %	Усилие резания, найденное по уравнению (25), Н	Расхождение с экспериментальным значением, %
1	1,0	10	60	409	412	0,73	374	8,56
2	1,0	10	75	385	380	1,30	350	9,09
3	1,0	10	90	344	349	1,43	346	0,58
4	1,0	15	60	442	482	8,30	479	7,72
5	1,0	15	75	434	452	3,98	440	1,36
6	1,0	15	90	425	422	0,71	432	1,62
7	1,0	20	60	548	551	0,54	559	1,97
8	1,0	20	75	515	523	1,53	507	1,55
9	1,0	20	90	491	495	0,81	487	0,81
10	1,5	10	60	589	663	11,16	623	5,46
11	1,5	10	75	556	638	12,85	588	5,44
12	1,5	10	90	532	612	13,07	584	8,90
13	1,5	15	60	753	773	2,59	756	0,40
14	1,5	15	75	728	733	0,68	705	3,16
15	1,5	15	90	695	692	0,43	686	1,29
16	1,5	20	60	884	884	0,00	863	2,38
17	1,5	20	75	835	828	0,84	796	4,67
18	1,5	20	90	777	772	0,64	761	2,06
19	2,0	10	60	908	914	0,66	905	0,33
20	2,0	10	75	884	895	1,23	861	2,60
21	2,0	10	90	867	876	1,03	849	2,08
22	2,0	15	60	1023	1065	3,94	1065	3,94
23	2,0	15	75	1015	1014	0,10	1002	1,28
24	2,0	15	90	1006	962	4,37	971	3,48
25	2,0	20	60	1211	1217	0,49	1198	1,07
26	2,0	20	75	1129	1132	0,27	1117	1,06
27	2,0	20	90	1039	1048	0,76	1067	2,62

Выводы:

- получены уравнения регрессии первого и второго порядков для определения усилия резания при различных толщинах срезаемого слоя, степенях обжима и углах наклона лезвия ножа относительно волокон древесины, которые могут быть использованы при проектировании новых конструкций оборудования для производства строганого шпона;
- в исследуемых диапазонах отмеченных параметров (табл. 4) видно, что выражение (14) дает низкую точность описания процесса (максимальные погрешности превышают 10%), а зависимость (25) дает пониженную точность (максимальные погрешности более 5, но менее 10%);
- приведенные уравнения необходимы для оптимизации энергосиловых показателей процесса продольного строгания древесины при получении шпона;
- необходимо проведение дальнейших исследований в более широких диапазонах изменения толщины шпона, степени обжима и угла наклона лезвия ножа с целью определения применимости того или иного уравнения.

Список литературы

1 *Пижурин, А.А.* Основы научных исследований в деревообработке: Учебник для вузов / А.А. Пижурин, А.А. Пижурин. – М.: МГУЛ, 2005. – 305 с.

2. *Боярский, М.В.* Планирование и организация эксперимента: Учебное пособие / М.В. Боярский, Э.А. Анисимов. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2007. – 144 с.

3. *Чемоданов, А.Н.* Результаты исследования процесса продольного строгания древесины на шпон / А.Н. Чемоданов, Р.Х. Гайнуллин // Вестник МарГТУ.Сер.: Лес. Экология. Природопользование. – 2010. – № 1. – С. 40-45.

Статья поступила в редакцию 12.10.10.

A. N. Chemodanov, M. V. Boyarsky, Ren. Kh. Gainullin, Rish. Kh. Gainullin

TO THE QUESTION ON ACCURACY OF WOODCUTTING FORCE DEFINITION AT LONGITUDINAL PLANING

The method of getting of regression equations of cutting in longitudinal slicing of the timber to get veneer sheet is described. Results of comparison of reflection accuracy of cutting force are resulted with the first and second orders regression equations.

Key words: *wood, veneer sheet, longitudinal slicing, coefficients of regression, regression equations, level of compliance.*

ЧЕМОДАНОВ Александр Николаевич – кандидат технических наук, профессор кафедры деревообрабатывающих производств МарГТУ. Область научных интересов – технология и оборудование лесопромышленных складов, оборудование деревообрабатывающих производств, сушильные камеры периодического действия. Автор более 120 публикаций.
E-mail: ChemodanovAN@marstu.net

БОЯРСКИЙ Михаил Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры стандартизации, сертификации и товароведения МарГТУ. Область научных интересов – деревообработка, режущие инструменты. Автор более 80 публикаций.
E-mail: BoyarskijMV@marstu.net

ГАЙНУЛЛИН Ренат Харисович – аспирант кафедры технологии и оборудования лесопромышленных производств МарГТУ. Область научных интересов – технология и оборудование лесозаготовительных и деревообрабатывающих производств. Автор восьми публикаций.
E-mail: GajnullinRH@marstu.net

ГАЙНУЛЛИН Ришат Харисович – студент лесопромышленного факультета МарГТУ.
E-mail: Rishat_000@mail.ru